CURSO DE COHETERÍA CIVIL: LECCIÓN NRO 17

Ecuación de Continuidad

"La Ecuación de Continuidad es igual a la Ley de Conservación de la Masa en la Hidroaerodinámica"
En variables de Euler esta puede escribirse de la siguiente forma:

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \nabla . \vec{V} = 0$$

ρ : densidad ; $\vec{V}$ = velocidad

$\nabla . \vec{V}$: divergencia del vector velocidad

Para un fluido incompresible: $\nabla . \vec{V} = 0$

Para dos secciones transversales arbitrarias: $v_1 ds_1 = v_2 ds_2$

Ecuaciones del Movimiento de los Fluidos

a) Para un fluido perfecto (Ecuaciones de Euler):

$$\frac{d\vec{V}}{dt} = \vec{F} - \frac{1}{\rho} \nabla p$$

Donde **F** es la intensidad del campo de fuerza de masa, p la presión, ρ la densidad del fluido.

b) Para un fluido viscoso (Ecuaciones de Navier – Stokes)

$$\frac{d\vec{V}}{dt} = \vec{F} - \frac{1}{\rho} \text{grad } p + \nu \nabla^2 \vec{V} + \left(\frac{\varsigma}{\rho} + \frac{\nu}{3}\right) \text{grad div } \vec{V}$$

η : viscosidad dinámica o coeficiente de rozamiento interno

ς : segunda viscosidad

$\nu = \frac{\eta}{\rho}$ viscosidad cinemática

Si el fluido es incompresible:

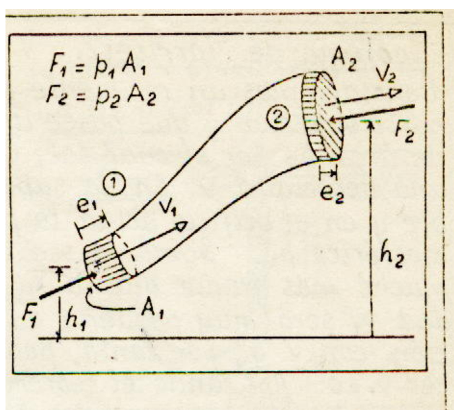
$$\frac{d\vec{V}}{dt} = \vec{F} - \frac{1}{\rho}\operatorname{grad} p + \nu\nabla^2 \vec{V}$$

La segunda viscosidad ζ, a semejanza de la viscosidad dinámica η, es una cantidad positiva y depende de la naturaleza química del fluido compresible, de la presión y de la temperatura.

Ecuación de Bernoulli

Vamos a considerar un tubo de corriente en el cual se mueve un fluido de densidad δ bajo la acción de las presiones $p_1=F_1/A_1$ y $p_2=F_2/A_2$.

Cuando la fuerza $F_1=p_1A_1$ recorre una longitud e_1 realiza un trabajo $w_1=F_1e_1$, o sea $w_1= p_1A_1e_1$, en tanto que F_2 realiza un trabajo $w_2=-F_2e_2=-p_2A_2e_2$.



Si consideramos un fluido incompresible el volumen ω desplazado en (1) es el mismo que en (2), es decir: $\omega=A_1e_1= A_2e_2$
El trabajo total ejecutado es: $w_1+w_2 = p_1A_1e_1 - p_2A_2e_2 = p_1\omega - p_2\omega = (p_1-p_2)\omega$

Este trabajo se emplea en:

a) Incrementar la E_p (energía potencial) elevando el fluido.

b) Incrementar la E_c (energía cinética) aumentando la velocidad.

El incremento de la E_p es el trabajo necesario para llevar el volumen ω del fluido desde la posición (1) hasta la posición (2). El peso de este volumen ω es $mg=\delta\omega g$, y al subir una altura $h_2 - h_1$ realiza un trabajo $\Delta E_p =mg(h_2-h_1)$ o sea $\Delta E_p=\delta\omega g(h_2-h_1)$.

La variación de la energía cinética es:

$\Delta E_c = ½ \, m \, v_2^2 – ½ \, m \, v_1^2 = ½ \, m \, (v_2^2 – v_1^2) = ½ \, \delta\omega \, (v_2^2 – v_1^2)$

Igualando queda: $(p_1-p_2)\omega = ½ \, \delta\omega(v_2^2 – v_1^2) + \delta\omega g(h_2 – h_1)$

Operando convenientemente queda:

$p_1+ ½ \, \delta v_1^2 + \delta g h_1= p_2 + ½ \, \delta v_2^2 + \delta g h_2$ o sea

$p + ½ \, \delta v^2 + \delta g h = \text{constante}$

Donde el primer término recibe el nombre de presión estática, el segundo presión cinética y el tercer término presión fluidoestática .

Prof. Dr. Raúl Roberto Podestá
Presidente LIADA
Coordinador de los Cursos LIADA