ECUACIONES DE REACCIÓN - DIFUSIÓN EN DINÁMICA DE POBLACIONES Y ECOLOGÍA I

Juan Carlos Barreto

juanca_barreto@unf.edu.ar

Laboratorio de Modelización y Simulación Numérica

FRN-UNaF

RESUMEN

En el presente trabajo se analizan modelos de tipo Lotka-Volterra con difusión-advección, delay e impulsos para describir fenómenos dinamicos en ecología de poblaciones, como por ejemplo la extinción y la permanencia de especies en interacción. Se formulan los problemas de Cauchy y de frontera respectivos y se analizan luego las condiciones de estabilidad de algunos de los modelos planteados, para finalizar se proponen algunas estrategias computaciones.

Un ejemplo del tipo de problema que trataremos es el siguiente modelo que expresa el fenómeno de competición inter-específica cuando un agente externo condiciona dicha interacción, por ejemplo la temperatura:

$$\varepsilon\,\partial_t u(\vec{x},t)+\left(\vec{V}_1\cdot\hat{\nabla}\right)u(\vec{x},t)-div\left(D_{1m}(u)\hat{\nabla}u(\vec{x},t)\right)-div\left(\chi_{1m}(u,T)\hat{\nabla}T(\vec{x},t)\right)-$$

$$-r_1\left(t,\alpha_1\right)u(\vec{x},t)\left[1-\frac{1}{k_{11}(t,\alpha_1)}\int_{-\infty}^{t}dt'u(\vec{x},t'-\tau_1)-\frac{1}{k_{12}(t,\alpha_1)}v(\vec{x},t)\right]=0\ en\ \Re_\tau$$

$$\varepsilon\,\partial_t v(\vec{x},t)+\left(\vec{V}_2\cdot\hat{\nabla}\right)v(x,t)-div\left(D_{2m}(v)\hat{\nabla}v(\vec{x},t)\right)-div\left(\chi_{2m}(v,T)\hat{\nabla}T(\vec{x},t)\right)-$$

$$-r_2\left(t,\alpha_2\right)v(\vec{x},t)\left[1-\frac{1}{k_{22}(t,\alpha_2)}\int_{-\infty}^{t}dt'v(\vec{x},t'-\tau_2)-\frac{1}{k_{21}(t,\alpha_2)}u(\vec{x},t)\right]=0\ en\ \Re_\tau$$

$$\partial_t T(x,t)+\left(\left(\vec{V}_2-\vec{V}_1\right)\cdot\hat{\nabla}\right)T(\vec{x},t)-div\left(\mathsf{k}(T)\hat{\nabla}T(\vec{x},t)\right)+\zeta\,\partial_t h(u,v)=0\ en\ \Re_\tau$$

Condiciones iniciales

$$u(\vec{x},0)=u_1^0(\vec{x})\ ;\ v(\vec{x},0)=v_1^0(\vec{x})\ ;\ T(\vec{x},0)=T_1^0(\vec{x})\quad /\quad u_1^0,v_1^0,T_1^0\in H_0^1(D_\tau)$$

$$u(\vec{x},t)=\psi_1^0(\vec{x})\ /\ t\in\left[-\tau_1,0\right)\ ;\ v(\vec{x},t)=\psi_2^0(\vec{x})\ /\ t\in\left[-\tau_2,0\right)$$

Condiciones de borde

$$u(\vec{x},t)\big|_{\partial\Gamma}=v(\vec{x},t)\big|_{\partial\Gamma}=T(\vec{x},t)\big|_{\partial\Gamma}=0\quad ;\quad k_{ij},r_i\in C^2(\Re_\tau^0)\ \forall i,j=1,2$$

$$\psi_i^0\in C^2(\Re_{-\tau})\ \forall i=1,2\quad ;\quad D_{im},\chi_{im},\mathsf{k},h-\text{Lipschitz continuas }\forall i=1,2$$

$$0<\varepsilon<1\quad ;\quad \alpha_i,\zeta\in\mathbb{R}^+\ \forall i=1,2\quad ;\quad \vec{V}_i\in L^2(\Re_\tau)\ \ \forall i=1,2$$

Palabras clave: Modelos presa-predador, Modelos Lotka Volterra con difusión.

ECUACIONES DE REACCIÓN - DIFUSIÓN
EN DINÁMICA DE POBLACIONES Y ECOLOGÍA II

Juan Carlos Barreto

juanca_barreto@unf.edu.ar

Laboratorio de Modelización y Simulación Numérica

FRN-UNaF

RESUMEN

En el presente trabajo se analizan modelos de tipo Lotka-Volterra con difusión-advección, delay e impulsos para describir fenómenos dinamicos en ecología de poblaciones estructuradas, como por ejemplo la extinción y la permanencia de especies en interacción teniendo en cuenta las edades de las poblaciones intervinientes. Se formulan los problemas de Cauchy y de frontera respectivos y se analizan luego las condiciones de estabilidad de algunos de los modelos planteados, para finalizar se proponen algunas estrategias computaciones.

Un ejemplo del tipo de problema que trataremos es el siguiente modelo que expresa el fenómeno de competición inter-específica cuando un agente externo condiciona identificado con $W(x,t)$ condiciona dicha interacción:

$$\varepsilon\,\partial_t u(\vec{x},t,a)+w_1(a)\,\partial_a u(\vec{x},t,a)-div\Big(D_{1m}(a)\hat{\nabla}u(\vec{x},t,a)\Big)-div\Big(\chi_{1m}(u,W)\hat{\nabla}W(\vec{x},t)\Big)-$$

$$-r_1(t,\alpha_1)\,u(\vec{x},t,a)\left[1-\frac{1}{k_{11}(t,\alpha_1)}\int_{-\infty}^{a}da'\int_{-\infty}^{t}dt'u(\vec{x},t'-\tau_1,a')-\frac{1}{k_{12}(t,\alpha_1)}v(\vec{x},t,a)\right]=0\ en\ \Re_\tau$$

$$\varepsilon\,\partial_t v(\vec{x},t,a)+w_2(a)\,\partial_a v(x,t,a)-div\Big(D_{2m}(a)\hat{\nabla}v(\vec{x},t,a)\Big)-div\Big(\chi_{2m}(v,W)\hat{\nabla}W(\vec{x},t)\Big)-$$

$$-r_2(t,\alpha_2)\,v(\vec{x},t,a)\left[1-\frac{1}{k_{22}(t,\alpha_2)}\int_{-\infty}^{a}da'\int_{-\infty}^{t}dt'v(\vec{x},t'-\tau_2,a')-\frac{1}{k_{21}(t,\alpha_2)}u(\vec{x},t,a)\right]=0\ en\ \Re_\tau$$

$$\partial_t W(x,t)-div\Big(\mathsf{D}(W)\hat{\nabla}W(\vec{x},t)\Big)+\zeta\,\partial_t g(u,v)=0\ en\ \Re_\tau$$

Condiciones iniciales

$$u(\vec{x},0,a)=u_1^0(\vec{x},a)\ ;\ v(\vec{x},0,a)=v_1^0(\vec{x},a)\ ;\ W(\vec{x},0)=W_1^0(\vec{x})\ \ /\ \ u_1^0,v_1^0,W_1^0\in H_0^1(D_\tau)$$

$$u(\vec{x},t,a)=\psi_1^0(\vec{x},t,a)\ /\ t\in[-\tau_1,0)\ ;\ v(\vec{x},t,a)=\psi_2^0(\vec{x},t,a)\ /\ t\in[-\tau_2,0)$$

Condiciones de borde

$$u(\vec{x},t,a)\big|_{\partial\Gamma_a}=v(\vec{x},t,a)\big|_{\partial\Gamma_a}=T(\vec{x},t,a)\big|_{\partial\Gamma_a}=0\quad;\quad k_{ij},r_i\in C^2(\Re_\tau^0)\ \forall i,j=1,2$$

$$\psi_i^0\in C^2(\Re_{-\tau})\ \forall i=1,2\quad;\quad D_{im},\chi_{im},\mathsf{k},h-\text{Lipschitz continuas}\ \forall i=1,2$$

$$0<\varepsilon<1\quad;\quad \alpha_i,\zeta\in\mathbb{R}^{+}\ \forall i=1,2\quad;\quad \vec{V}_i\in L^2(\Re_\tau)\ \ \forall i=1,2$$

Palabras clave: Poblaciones estructuradas, Modelos Lotka - Volterra con difusión